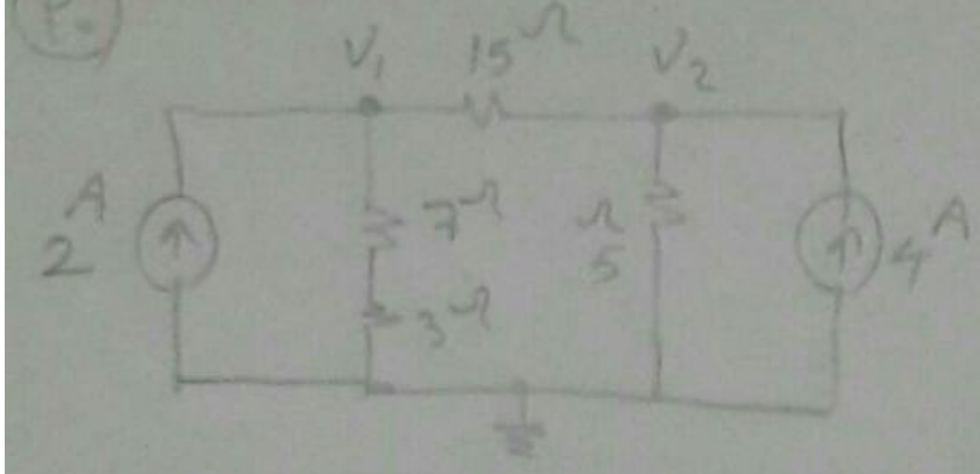
Scanned by TapScanner

مثال: در مدار شکل مقابل، ولتاژهای V_1 و V_2 را بیابید.



۲-۱

راه حل:

حل: مدار دارای دو گره است. یک گره به عنوان مبنا و دو گره دیگر را V_1 و V_2 می نامیم. مقاومت 7 و 3 اهمی چون سری هستند برای دو گره V_1 و V_2 معادل آنها را در نظر می گیریم.

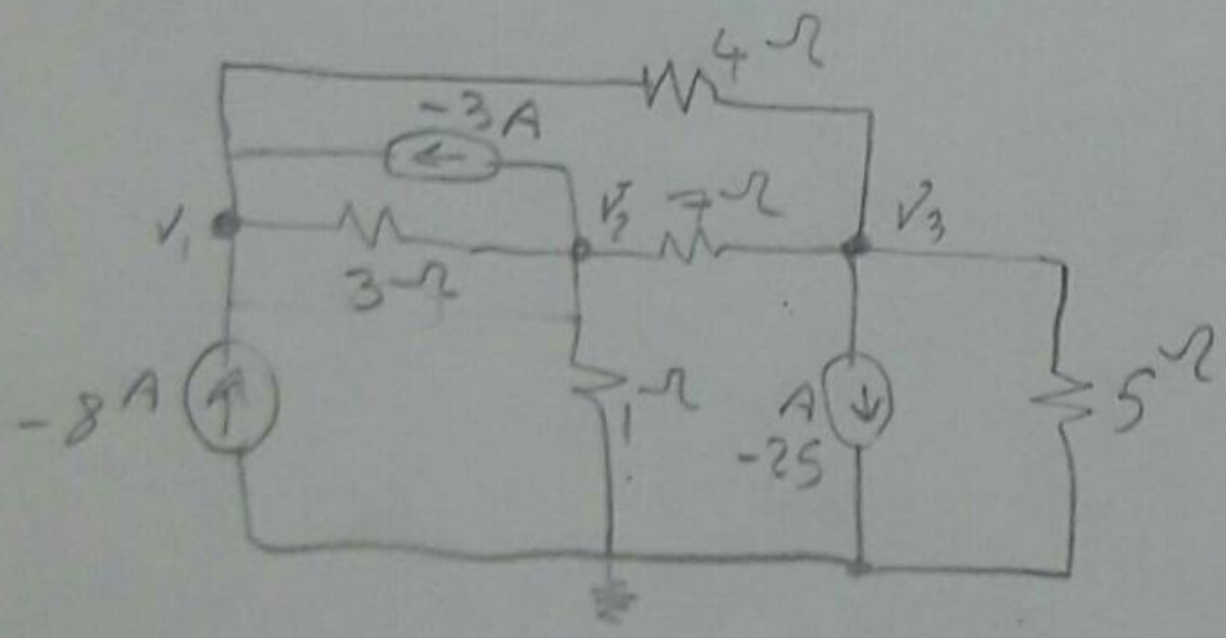
$$10\Omega: \quad -2 + \frac{V_1}{10} + \frac{V_1 - V_2}{15} = 0$$

$$20\Omega: \quad -4 + \frac{V_2}{5} + \frac{V_2 - V_1}{15} = 0 \Rightarrow \begin{cases} 2.5V_1 - V_2 = 30 \\ -V_1 + 4V_2 = 60 \end{cases}$$

$$V_1 = V_2 = 20^V$$

با حل دستگاه فوق خواهیم داشت

مثال: در مدار شکل زیر ولتاژ گره ها را تعیین کنید.



۲-۲

حل: مدار فوق ساده نمی شود. دارای چهار گره است. گره پائین را مبنا و گره های بالا را V_1 و V_2 و V_3 می نامیم.

$$) \quad 8 + 3 + \frac{V_1 - V_2}{3} + \frac{V_1 - V_3}{4} = 0$$

$$-3 + \frac{V_2 - V_1}{3} + \frac{V_2}{1} + \frac{V_2 - V_3}{7} = 0$$

$$-25 + \frac{V_3}{5} + \frac{V_3 - V_2}{7} + \frac{V_3 - V_1}{4} = 0$$

Scanned by TapScanner

(۲)

ابتدا معادلات را مرتب می‌کنیم و مجهول مشترک می‌گیریم

$$\begin{cases} -7V_1 - 4V_2 - 3V_3 = (-11)\times 12 = -132 \\ -7V_1 + 81V_2 - 3V_3 = 3\times 21 = 63 \\ -35V_1 - 20V_2 + 83V_3 = 25\times 140 = 3500 \end{cases}$$

معادلات فوق را می‌توان به روش‌های مختلفی حل نمود از بین روش‌های مختلف متداول مثلاً، روش‌های ماتریسی

و یا روش دترمینان کرامر، که در اینجا حل از این دو روش را انتخاب می‌کنیم.

$$V_1 = \frac{\begin{vmatrix} -132 & -4 & -3 \\ 63 & 31 & -3 \\ 3500 & -20 & 83 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 7 & -4 & -3 \\ -7 & 31 & -3 \\ -35 & -20 & 83 \end{vmatrix}}$$

صورت کسر مخرج است با این تفاوت که به جای ستون اول ستون مقادیر ثابت را قرار می‌دهیم.

$$\text{مقدار دترمینان مخرج} = 7\times(-1)^{1+1}\times\begin{vmatrix} 31 & -3 \\ -20 & 83 \end{vmatrix} + (-4)\times(-1)^{3}\times\begin{vmatrix} -7 & -3 \\ -35 & 83 \end{vmatrix} + (-3)\times(-1)^{4}\times\begin{vmatrix} -7 & \\ -35 & \end{vmatrix}$$

یادآوری: دترمینان 2×2 به صورت زیر محاسبه می‌گردد

$$\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - cb$$

با محاسبه فوق به کمک ماشین حساب حاصل برابر می‌شود با

$$V_1 = 5.4\ V$$

به همین ترتیب V_2 را محاسبه می‌کنیم با این تفاوت که در صورت کسر به جای ستون دوم مقادیر ثابت را قرار می‌دهیم. در نتیجه حاصل می‌شود

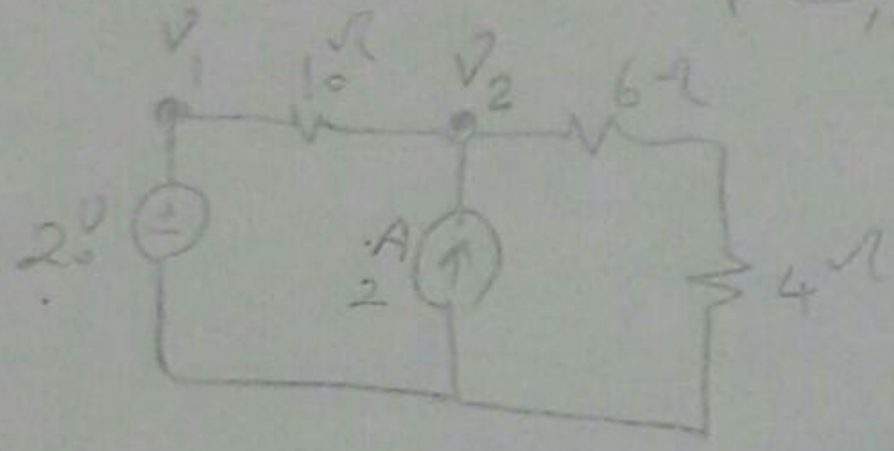
$$V_2 = 7.7\ V$$

و به همین صورت هم برای V_3 نتیجه می‌شود

$$V_3 = 46.3\ V$$

نکته اول: در نوشتن جریان گره اگر بین گره مبنا و غیر مبنا یک منبع ولتاژ وجود داشته باشد نمی‌توان KCL برای آن گره غیر مبنا را نوشت زیرا ولتاژ گره غیر مبنا برابر با منبع ولتاژ می‌باشد.

مثال: توان تلف شده در مقاومت 4Ω مدار زیر چند وات است؟



۲-۳

حل: با توجه به شکل می‌توان نتیجه گرفت

$$V_1 = 20^V$$

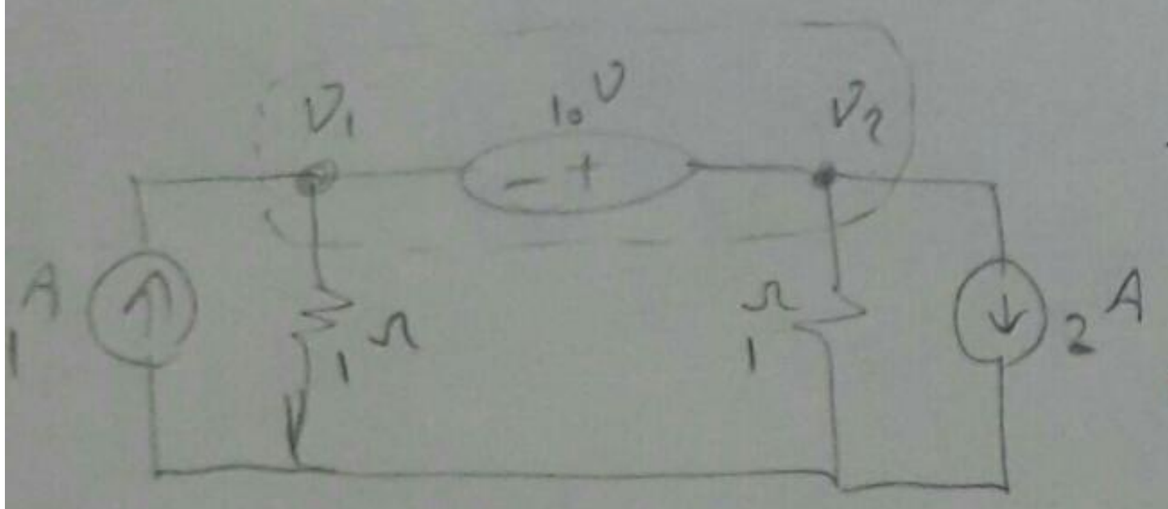
$$KCL\,2: \frac{V_2 - 20}{10} - 2 + \frac{V_2}{10} = 0 \Rightarrow V_2 = 20^V$$

$$I_{4\Omega} = \frac{20}{10} = 2^A$$

$$P_4 = RI^2 = 4 \times 2^2 = 16^W$$

نکته دوم: اگر بین دو گره غیر مبنا مدار یک منبع ولتاژ وجود داشته باشد، در نوشتن KCL برای گره‌ها باشکال مواجه خواهیم شد زیرا جریان شاخه‌ای که منبع ولتاژ در آن است برای ما معلوم نیست. در این حالت دو گره مربوط به هم خاصر بین آنها را بعنوان یک گره بزرگ یا ابرگره در نظر می‌گیریم و KCL را برای ابرگره می‌نویسیم.

مثال: ولتاژهای V_1 و V_2 را بدست آورید.



۲-۴

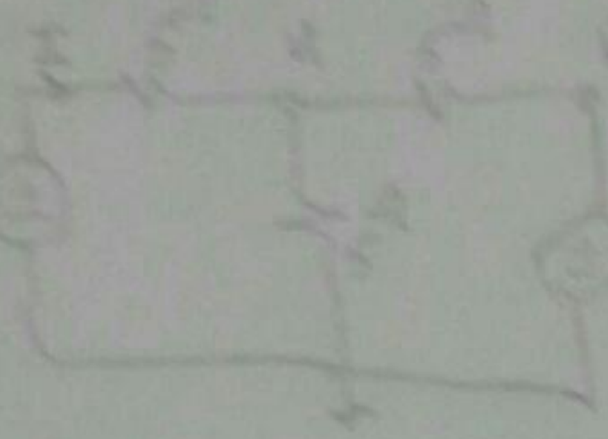
حل: KCL را برای ابرگره می‌نویسیم

$$-1 + \frac{V_1}{1} + \frac{V_2}{1} + 2 = 0$$

$$V_2 - V_1 = 10^V$$

از حل ابرگره نیز یک معادله بدست می‌آوریم

با حل دستگاه معادله بالا بدست می‌آید $V_1 = -5.5^V$ و $V_2 = 4.5^V$



۲-۵

حل:

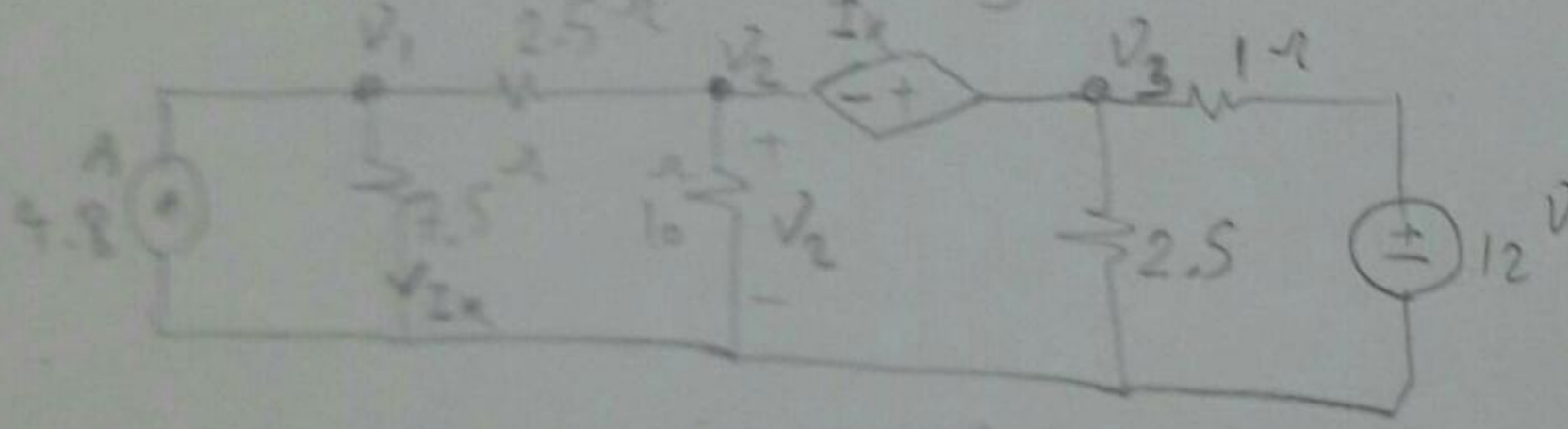
$$\text{گره ۱}: \frac{V_1}{5} = \frac{V_1-10}{5} + \frac{V_1-V_2}{5} = 0 \Rightarrow 3V_1 - V_2 = 10$$

$$\text{گره ۲}: V_2 = 10I = 10\left(\frac{10-V_1}{5}\right) = 20 - 2V_1$$

با حل دستگاه فوق نتیجه می شود

$$V_2 = 8\ V$$

مثال: مقدار V_2 را در شکل زیر بدست آورید.



۲-۶

حل: گره‌های 2 و 3 را به عنوان ابرگره در نظر می گیریم

$$\text{گره ۱}: -4.8 + \frac{V_1}{2.5} + \frac{V_1-V_2}{2.5} = 0$$

$$\text{ابرگره}: \frac{V_2-V_1}{2.5} + \frac{V_2}{10} + \frac{V_3}{2.5} + \frac{V_3-12}{1} = 0$$

$$V_3 - V_2 = I_x$$

از حل ابرگره می توان نوشت

همچنین با توجه به شکل داریم

$$I_x = \frac{V_1}{2.5}$$

با جایگذاری و حل معادلات بالا بدست می آید

$$V_2 = 8\ V$$

Scanned by TapScanner

۲-۲ روش جریان حلقه

این روش دوگان روش گره‌هاست و مراحل حل آن به صورت زیر است:

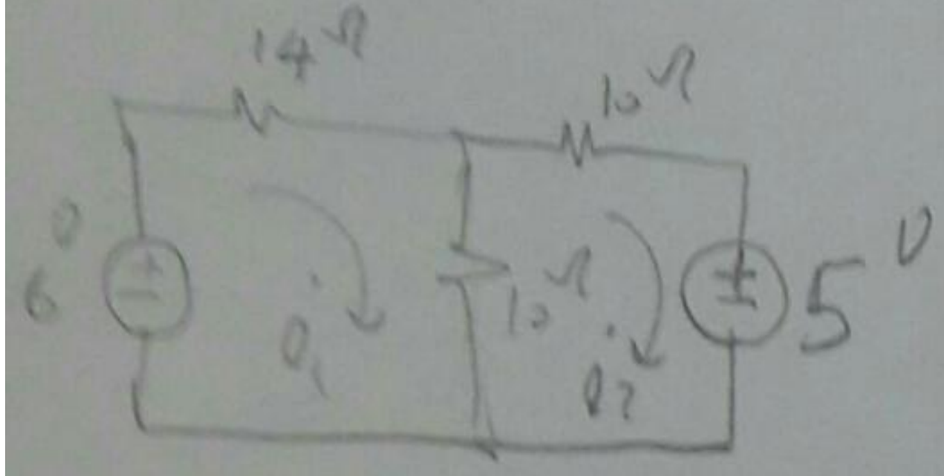
- ابتدا مدار را رسم کنید.
- حلقه‌های مستقل مدار را مشخص کنید (حلقه‌هایی که داخل حلقه‌های بزرگتر نباشند)
- برای هر حلقه یک جریان فرضی در نظر بگیرید (مثلاً i_1، i_2، ... و i_n (همگی ساعت‌گرد)
- قانون KVL را برای هر حلقه اعمال کنید.

طبق قرارداد، اگر جریان فرضی از قطب مثبت منبع وارد شود ($+$) و از قطب منفی خارج شود ($-$) منفی گرفته و ... ما همگی را مثبت در نظر می‌گیریم.

- با مرتب کردن جملات، و حل دستگاه n معادله n مجهول، جریان حلقه‌ها به دست می‌آید.

ادامه به حل چند مثال می‌پردازیم

مثال: در مدار شکل مقابل i_1 و i_2 را به دست آورید.



۲-۷

حل: KVL را برای حلقه‌ها اعمال می‌کنیم:

حلقه ۱: $-6 + 14i_1 + 10(i_1 - i_2) = 0$

حلقه ۲: $+5 + 10(i_2 - i_1) + 10i_2 = 0$

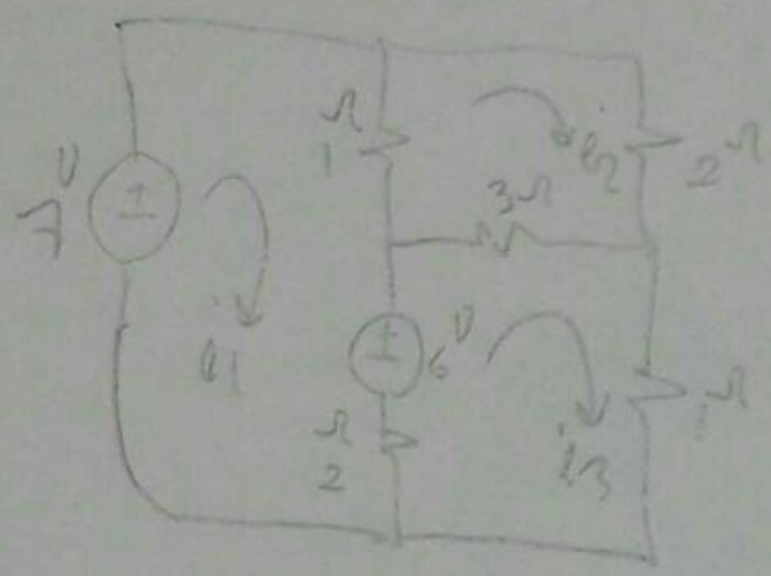
با مرتب کردن و حل دستگاه فوق نتیجه می‌شود

$i_1 = 184.2\ mA$

$i_2 = -157.9\ mA$

توجه داشته باشید که اگر جواب منفی باشد نشان دهنده این است که جهت واقعی جریان خلاف جهت فرض شده است.

۲-۸



ل: مدار شکل زیر را به روش حلقه ها تحلیل کنید.

ب: KVL را برای سه حلقه مستقل می نویسیم

$$-7+1(i_1-i_2)+6+2(i_1-i_3)=0$$
$$1(i_2-i_1)+2i_2+3(i_2-i_3)=0$$
$$2(i_3-i_1)-6+3(i_3-i_2)+1i_3=0$$

معادلات فوق را مرتب می کنیم

$$\begin{cases} 3i_1-i_2-2i_3=1 \\ -i_1+6i_2-3i_3=0 \\ -2i_1-3i_2+6i_3=6 \end{cases}$$

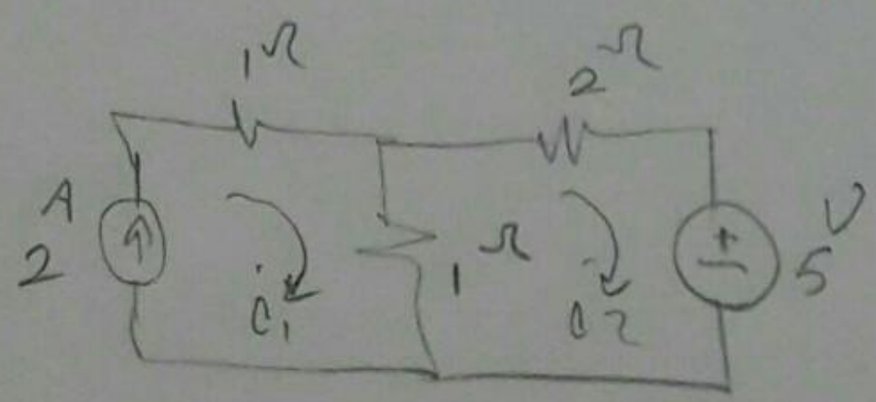
به روش کرامر دستگاه را حل می کنیم

$$i_1=\frac{\begin{vmatrix}1&-1&-2\\0&6&-3\\6&-3&6\end{vmatrix}}{\begin{vmatrix}3&-1&-2\\-1&6&-3\\-2&-3&6\end{vmatrix}}=3^A \quad ; \quad i_2=2^A \quad ; \quad i_3=3^A$$

۲-۹ روش کلی تحلیل مدار بر حسب منابع جریان

ل: اگر روی شاخه ی بعضی حلقه ای یک منبع جریان وابسته قرار گرفته باشد نوشتن KVL برای آن حلقه لزومی ندارد و جریان آن حلقه برابر با جریان منبع می باشد.

۲-۹



ل: در شکل مقابل i_1 و i_2 را بیابید.

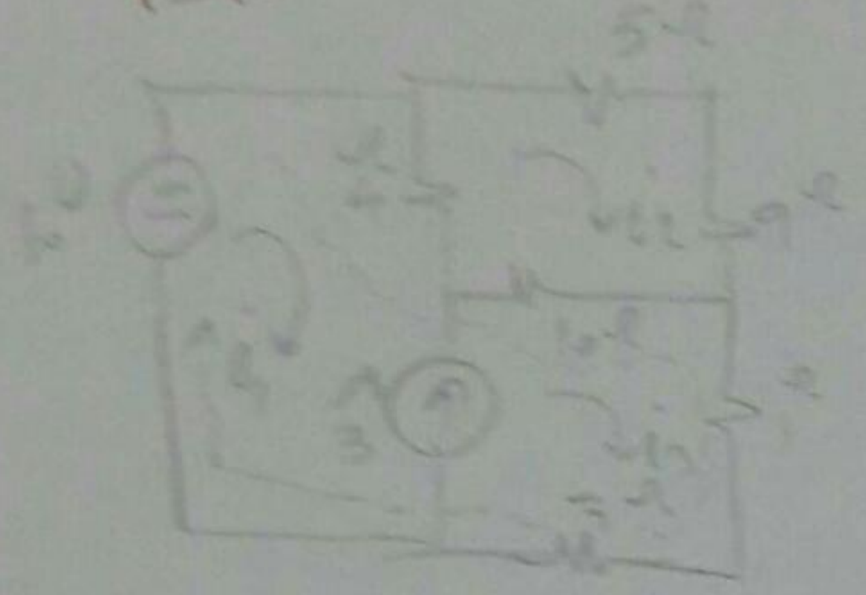
ب: با توجه به شکل داریم $i_1=2^A$

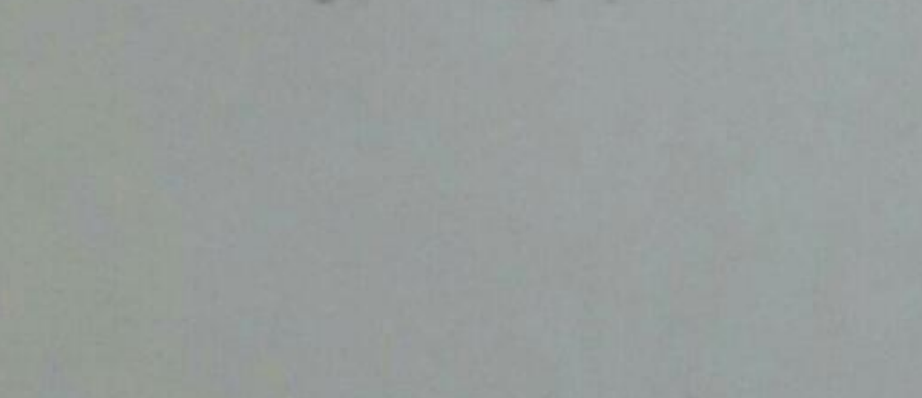
با نوشتن KVL برای حلقه دوم

$$+5+2i_2+1(i_2-i_1)=0$$
$$\Rightarrow 5+2i_2+1i_2-2=0 \rightarrow 3i_2=-3 \rightarrow i_2=-1^A$$

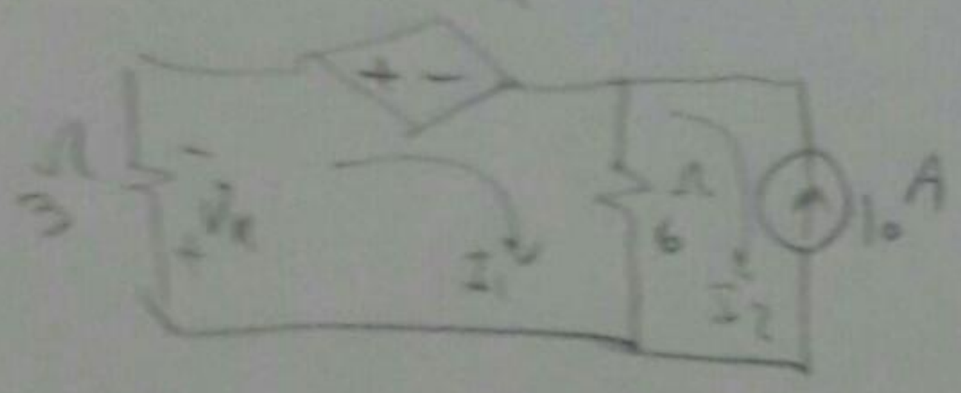
Scanned by TapScanner

۲-۱۰





۲-۱۱

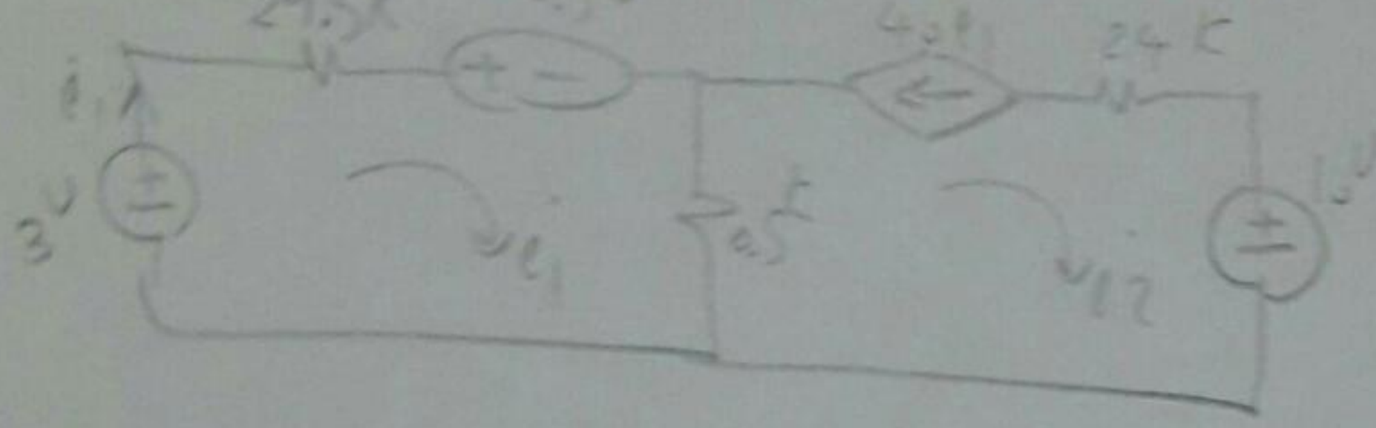


(۱) $3I + 6I + 6I = -6 \rightarrow I = -4^{A}$ در نتیجه

$V_x = 3I = -12^{V}$

توان $P = 2 V_x \times I = 2 \times 12 \times 4 = 96^{W}$

مثال ۵: در مدار شکل زیر i_1 و i_2 را بدست آورید.



۲-۱۲

حل: از حلقه دوم داریم $i_2 = -40 i_1$

برای حلقه اول KVL را می‌نویسیم

$-3 + 29.5 i_1 + 0.5 + 0.5(i_1 - i_2) = 0$

$i_1 = 50^{\mu A}$ با جایگزاری بدست می‌آید.

$i_2 = -40 i_1 = -40 \times 50^{\mu A} = -2^{mA}$

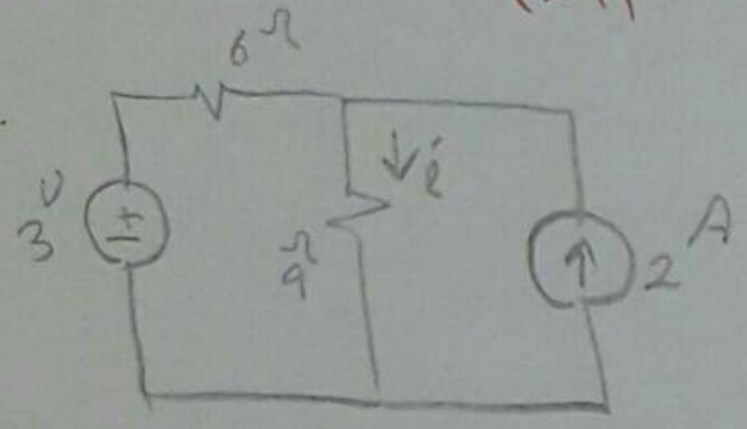
Scanned by TapScanner

۲-۳ روش جمع آثار

این روش مبتنی بر خطی بودن مدار است. به عبارت دیگر اصل تجمیع و اصل همگنی نیز صادق است. و به صورت زیر بیان می‌شود:

در هر شبکه خطی شامل چند منبع ولتاژ و جریان هر مقاومت یا منبع را می‌توان با جمع جبری ولتاژها و جریان‌های ناشی از تک تک منابع، وقتی به تنهایی کار می‌کنند، به دست آورد. در به دست آوردن اثر یک منبع تنها، باید بقیه منابع مستقل بی‌اثر شوند. برای بی‌اثر کردن منبع ولتاژ مستقل، باید آن را اتصال کوتاه نمود و برای بی‌اثر کردن منبع جریان مستقل، باید آن را مدار باز نمود.

۲-۱۴



مثال: در مدار مقابل جریان i را به دست آورید.

حل: ابتدا منبع جریان را بی‌اثر فعال می‌کنیم یعنی مدار باز می‌شود

در نتیجه $i_1 = \frac{3}{6+9} = \frac{3}{15} = \frac{1}{5}$

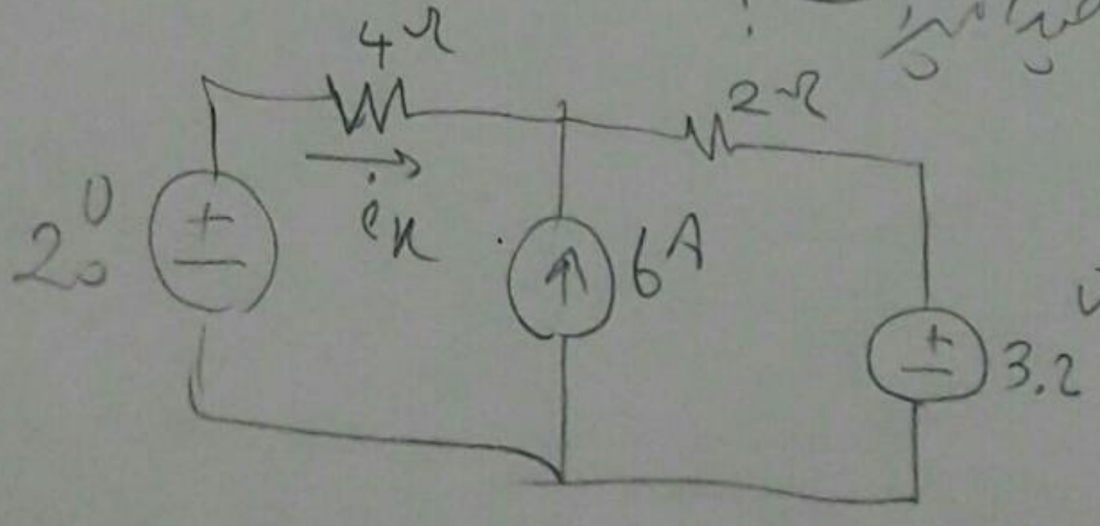
پس منبع ولتاژ را بی‌اثر فعال می‌کنیم یعنی اتصال کوتاه می‌شود

در نتیجه $i_2 = \frac{2 \times 6}{9+6} = \frac{12}{15} = \frac{4}{5}$

جریان کل از جمع جبری جریان‌ها حاصل می‌شود یعنی

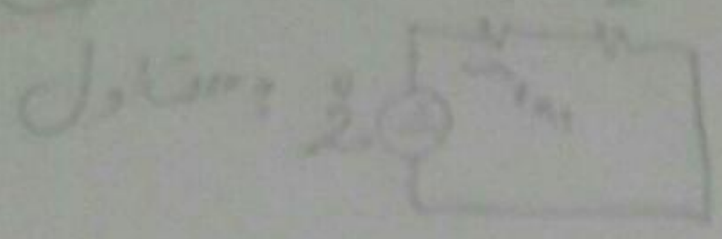
$$i = i_1 + i_2 = \frac{1}{5} + \frac{4}{5} = 1$$

مثال: در مدار شکل داده شده مقدار i_x را حساب کنید؟



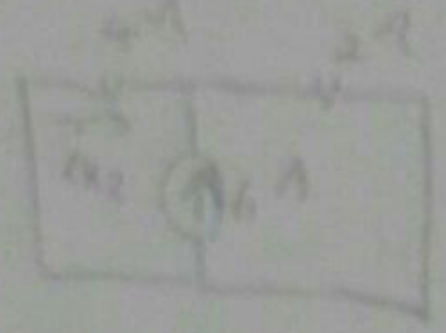
۲-۱۴

۲-۱۵



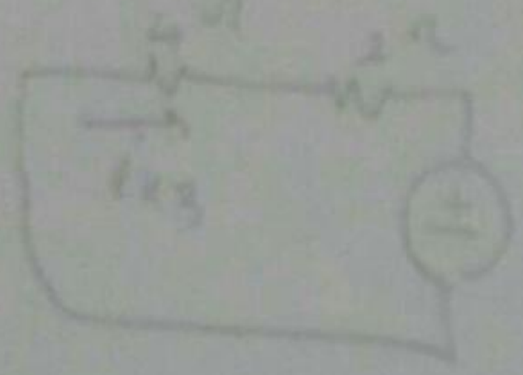
$$-15 + 6i_x = \frac{20}{6} = 3.333$$

۲-۱۶



$$-5 + 6i_{x2} = \frac{-6 \times 2}{2+4} = \frac{-12}{6} = -2$$

۲-۱۷



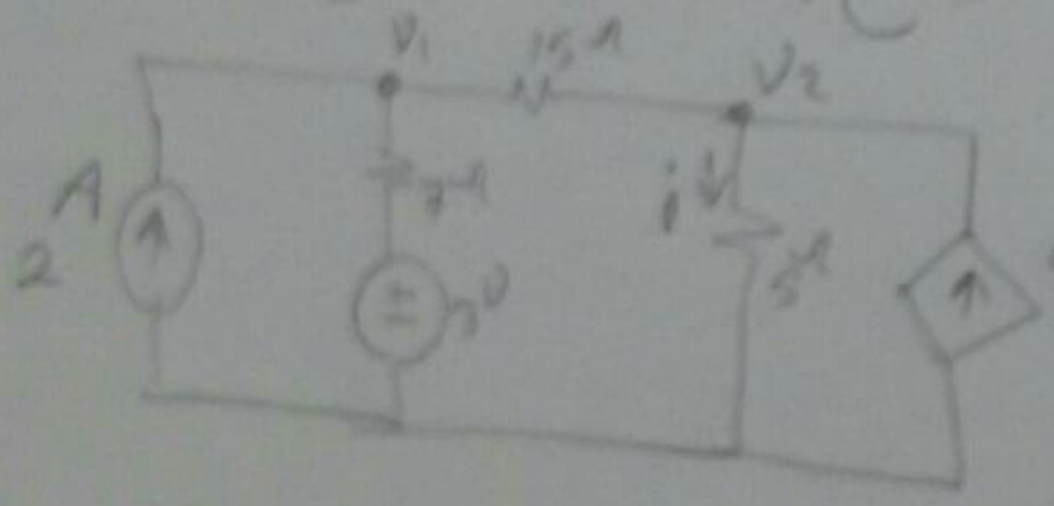
$$-3.2 + 6i_{x3} = -\frac{3.2}{6} = -0.533$$

$$i_x = i_{x1} + i_{x2} + i_{x3} = 3.333 - 2 - 0.533 = 0.8$$

تأثیر منابع وابسته بر تحلیل جریان آن

در روش جریان حلقه یا مش گفتیم که منابع وابسته از قواعد حذف منابع مستثنی بوده و در هر مرحله آنها را با دیگر المان‌ها نگاه می‌کنیم. یعنی منابع وابسته در تمام مراحل مثل دیگر منابع مستقل در نظر گرفته می‌شوند (زیرا منابع وابسته بستگی‌ای به دیگر منابع ندارند).

مثال: در شکل مدار زیر به روش تجمیع و تقارن جریان هر منبع وابسته را به دست آورید.



۲-۱۸

حل: هدف تعیین ولتاژ v_1 و v_2 است.

ابتدا منبع وابسته را حذف می‌کنیم و معادلات گره‌ای را می‌نویسیم

$$\frac{v_1' - 3}{7} + \frac{v_1' - v_2'}{15} = 0$$

$$\frac{v_2' - v_1'}{15} + \frac{v_2'}{5} - 4i = 0 \quad \Rightarrow i = \frac{v_2'}{5}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} v_1' = 9.18 \text{ V} \\ v_2' = -1.148 \text{ V} \end{cases}$$

Scanned by TapScanner

(۲۰)

سپس منبع ولتاژ مستقل را خاموش می‌کنیم و دوباره مقادیر را محاسبه می‌کنیم

$$\begin{cases} -2 + \frac{v_1''}{7} + \frac{v_1'' - v_2''}{15} = 0 \\ \frac{v_2'' - v_1''}{15} + \frac{v_2''}{5} - 4i'' = 0 \\ i'' = \frac{v_2''}{5} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} v_1'' = 1.967\ V \\ v_2'' = -0.246\ V \end{cases}$$

$$\Rightarrow v_1 = v_1' + v_1'' = 11.143\ V$$

$$v_2 = v_2' + v_2'' = -1.394\ V$$

بیان چند نکته

نکته اول: اصل جمع آثار در مورد مدارهای خطی قابل اجرا بوده و نمی‌توان آن را برای مدارهای غیرخطی به کار برد.

منظور از مدار خطی مداری است که مقدار مقاومت‌های تابع بوده و با تغییر ولتاژ یا جریان منبع آن‌ها تغییر نمی‌کند. مدارهای مقاومتی از این نوع‌اند.

نکته دوم: روش جمع آثار برای کمیت‌های صادق که دارای تغییرات خطی با شدت مانند کمیت‌های ولتاژ و جریان.

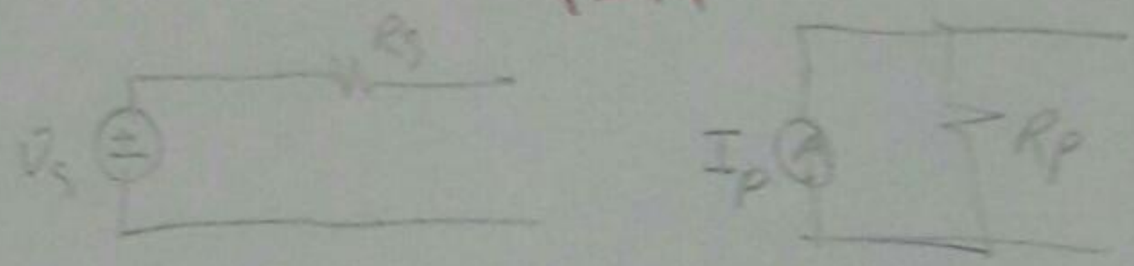
اما این روش برای کمیتی چون توان که تغییرات آن به صورت غیرخطی ($P = RI^2$) است صادق نمی‌باشد، یعنی نمی‌توان با ضرب منابع P_1 و P_2 را بدست آورد و در آخر با هم جمع کرد.

نکته سوم: در روش جمع آثار زمان بیشتری مصرف می‌شود. چرا؟ زیرا در آن باید حداقل دو منبع در مدار وجود داشته باشد.

۲-۴ تبدیل منابع

تبدیل منابع روشی است که در آن منبع ولتاژ سری با مقاومت داخلی به منبع جریان موازی با همان مقاومت داخلی و یا برعکس تبدیل می‌شود. هدف از تبدیل منابع ساده‌تر کردن مدار است. منابع عملی یا معادل نیز نامیده می‌شوند. شکل منابع واقعی جریان و ولتاژ به صورت زیر است

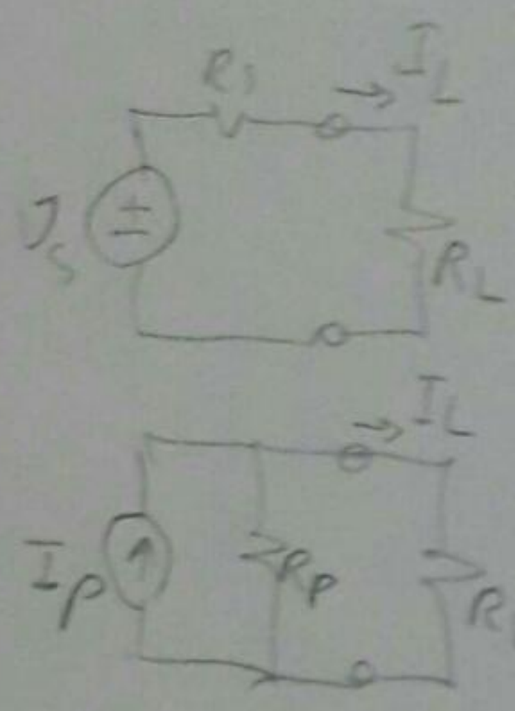
۲-۱۹



با تعریف منابع واقعی می‌توان منابع ولتاژ و جریان را بدون تأثیر بقیه مدار به یکدیگر تبدیل نمود.

تئوری تبدیل منابع آن است که اگر مدارهای بالا به مقاومت R_L وصل شوند، انرژی در بار معرف کننده در هر دو حالت یکسان باشد. یعنی

۲-۲۰



$$\Rightarrow I_L = \frac{V_S}{R_S + R_L} \qquad \Rightarrow I_L = \frac{I_P \times R_P}{R_L + R_P}$$

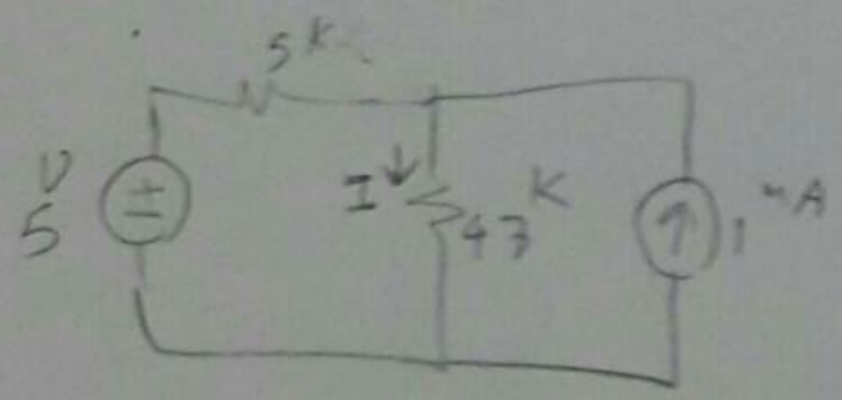
$$R_S = R_P$$

$$V_S = R_P \times I_P$$

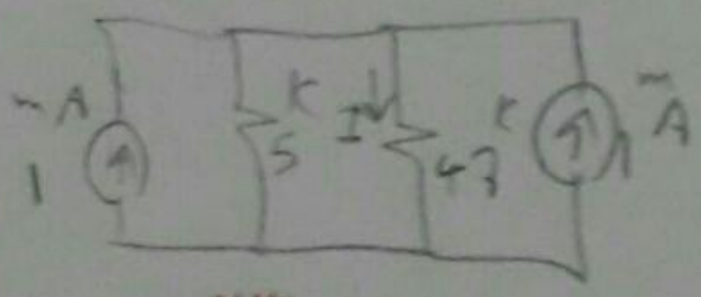
۲-۲۱

در تبدیل مدارهای الکتریکی به کمک تعدیل منابع می‌توان مدار را ساده کرده و سپس آن را تحلیل کرد.

مثال: در مدار شکل مقابل جریان I را بیابید. ۲-۲۲



حل: ابتدا منبع ولتاژ را به منبع جریان تبدیل می‌کنیم شکل زیر حاصل می‌شود



۲-۲۳

منابع جریان را با هم جمع کرده و به کمک تقسیم جریان I را می‌یابیم

$$I = \frac{2 \times 5}{5 + 47} = \frac{10}{52} = 192^{mA}$$

Scanned by TapScanner

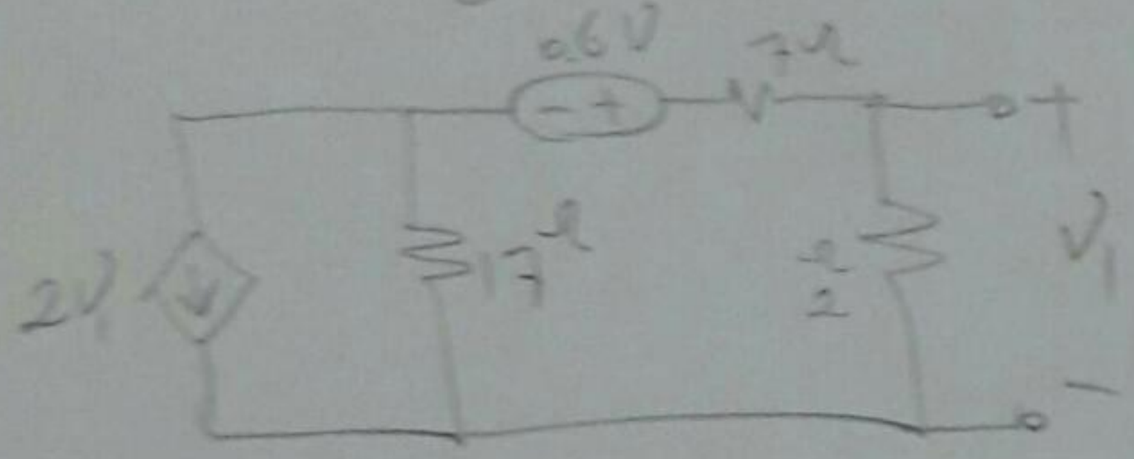
۱) همواره گفته میشود که توان منبع وابسته مرتبط به قطب مثبت منبع وابسته است

۲) اگر در مدار شامل منابع وابسته مقاومت معادل مدار را بخواهیم منبع وابسته را مانند منابع مستقل در نظر گرفته و تبدیل منابع انجام میدهیم

۳) تبدیل منابع برای منابع وابسته نیز صادق است

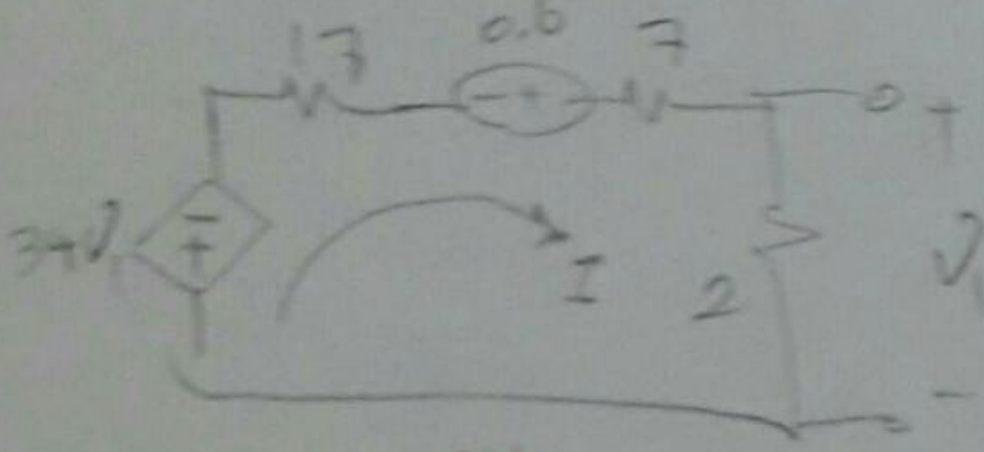
۴) با تبدیلات مکرر منابع و ترکیب مقاومت ها و منابع میتوان یک مدار ساده تر (مدار معادل تونن) را بدست آورد.

مثال: با تبدیل منبع مدار شکل زیر را ساده کرده و سپس ولتاژ V_1 را بیابید



۲-۲۴

حل: ابتدا منبع جریان وابسته را به منبع ولتاژ وابسته تبدیل می کنیم



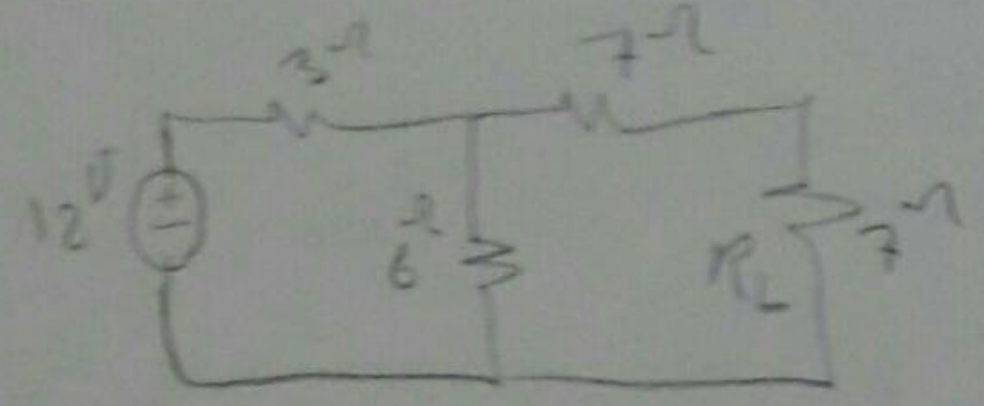
۲-۲۵

با استفاده از KVL در حلقه داریم

$$+3V_1 + 3I - 0.6 + 7I + 2I = 0$$

و می دانیم $V_1 = 2I$

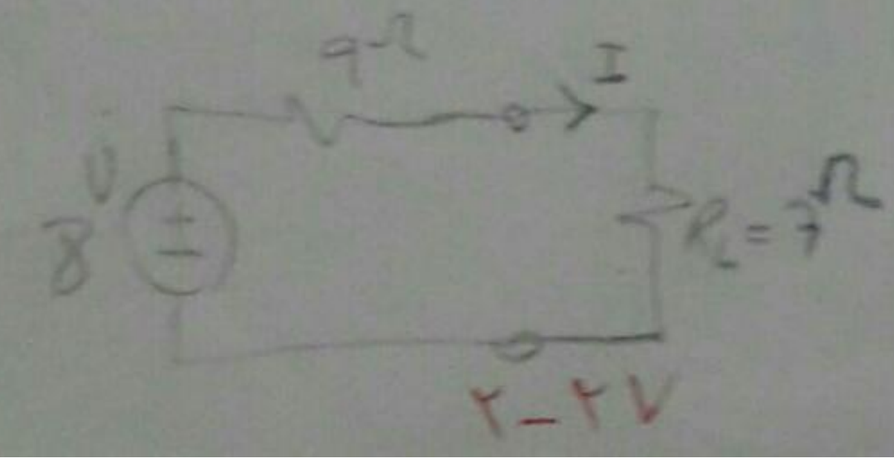
$$\Rightarrow V_1 = 12.77\ mV$$



۲-۲۶

مثال: توان مصرفی مقاومت را بیابید.

حل: ابتدا مقاومت معادل را نسبت به دو سر مقاومت بار بدست می آوریم



۲-۲۷

$$I = \frac{V}{R_L + 9} = \frac{8}{16} = \frac{1}{2}\ A$$

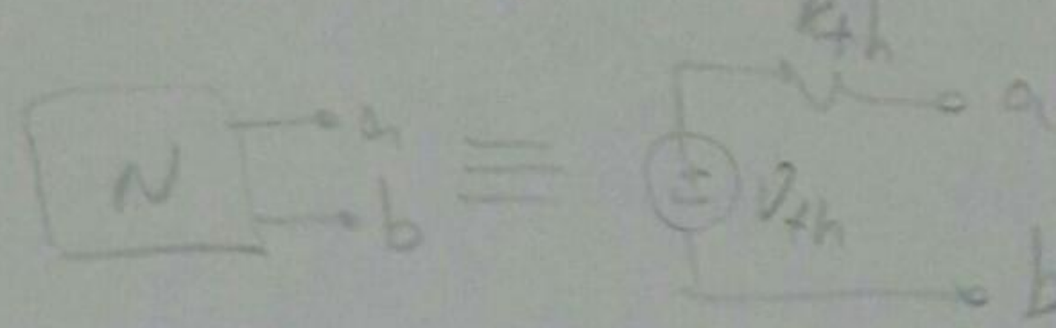
$$P = R_L I^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 \times 7 = \frac{7}{4}\ W$$

Scanned by TapScanner

۲-۵ روش تونن نورتن

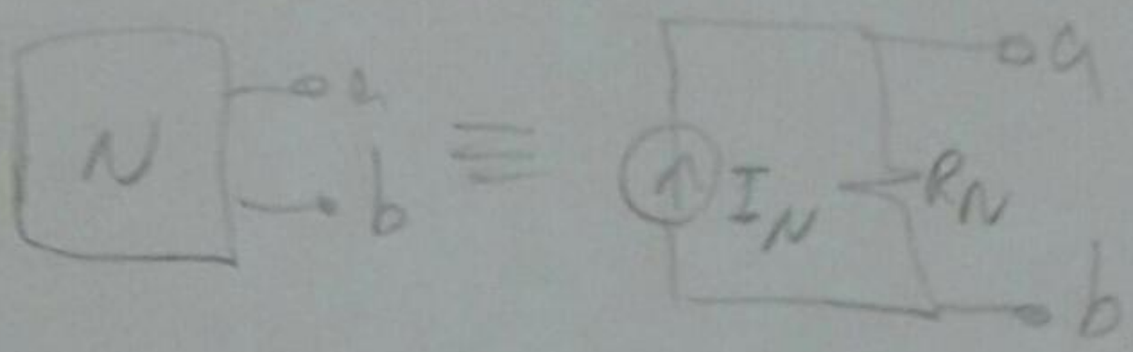
تئوری تونن بیان می‌دارد که هر شبکه خطی فعال را می‌توان با یک منبع ولتاژ (V_{th}) و یک مقاومت سری با آن (R_{th}) معادل نمود. یعنی

۲-۲۸



تئوری نورتن بیان می‌دارد که هر شبکه خطی فعال را می‌توان با یک منبع جریان (I_N) و یک مقاومت موازی با آن (R_N) معادل نمود. یعنی

۲-۲۹



مزیت

یکی از کاربردهای مهم این قضایا جایگزینی بخش عمده‌ای از مدار با مدار معادل بسیار ساده‌تر آن است. این مدار معادل، هم محاسبات و تحلیل مدار را آسان می‌کند و هم در انتخاب مناسب‌ترین مقاومت کمک می‌کند.

محاسبه V_{th} و I_N:

محاسبه V_{th}: برای تعیین ولتاژ تونن دو سر a و b از مدار، دو نقطه مورد نظر را مدار باز کرده و سپس ولتاژ مدار باز دو نقطه را بدست می‌آوریم.

$$V_{th} = V_{oc}$$

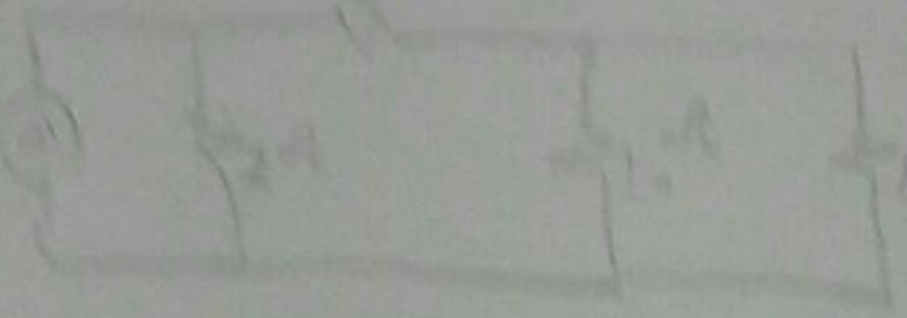
محاسبه I_N: برای تعیین جریان نورتن دو سر a و b مدار را اتصال کوتاه کرده و جریان عبوری را بدست می‌آوریم.

$$I_N = I_{sc}$$

محاسبه R_{th} و R_N: به یکی از دو طریق زیر عمل می‌کنیم. ابتدا همه منابع مستقل مدار را خاموش کرده و مقاومت معادل مدار را بدست می‌آوریم.

$$R_{th} = R_N$$

مثال: معادل تونن و نورتن شبکه ای که در مقابل R_L است را بدست آورید.



۱-۲۰

حل: منابع را خاموش کنیم و مقاومت معادل را بدست آوریم.

$R_{Th} = R_N = (3+5) \| 10 = 5\ \Omega$

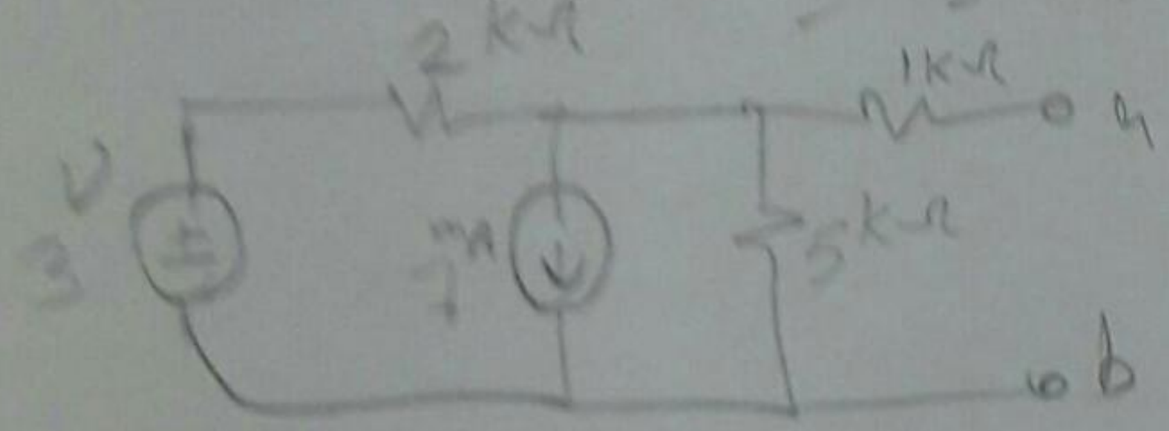
برای تعیین I_N، دو سر مورد نظر را اتصال کوتاه کنیم و مقاومت ۱۰ اهمی حذف شود.

$$I_N = \frac{5 \times 2}{8+2} = 1\ A$$

$$V_{Th} = \frac{5 \times 2}{2+8} \times 10 = 5\ V$$

برای تعیین V_{Th} و I_N، از همپوشانی مثل مدار قبل استفاده کنید.

مثال: معادل های تونن و نورتن مدار شکل زیر را بدست آورید.



۲-۲۱

تعیین R_{Th}: منابع را خاموش کنید در نتیجه داریم

$$R_{Th} = R_N = (2 \| 5) + 1 = 2.429\ k\Omega$$

تعیین V_{Th}: دو سر مورد نظر مدار باز است، V_{Th} برابر ولتاژ مقاومت ۵ کیلو اهمی است

به روش جمع آثار ادامه می دهیم

با خاموش کردن منبع ولتاژ سمت راست

با خاموش کردن منبع جریان سمت راست

$$V_{Th_1} = -\frac{7 \times 2}{2+5} \times 5 = -10$$

$$V_{Th_2} = \frac{3}{2+5} \times 5 = 1.428$$

نتیجه $V_{th} = V_{th_1} + V_{th_2} = -10 + 1.428 = -7.857^{V}$

تکنیک دوم: دو منبع مورد نظر را اتصال کوتاه کرده و جریان اتصال کوتاه را بدست می آوریم.

به کمک روش جمع آثار و تقابل زیر بدست می آید

$$I_{N_1} = \frac{\frac{3}{2+(2\|5)} \times 5}{5+1}$$

$$I_{N_2} = -\frac{7 \times (5\|2)}{(5\|2)+1}$$

$$\Rightarrow I_N = I_{N_1} + I_{N_2} = -3.235\ mA$$

تذکر: مدارهای معادل تونن و نورتن را می توان به روش تبدیل منابع به هم تبدیل نمود. یعنی

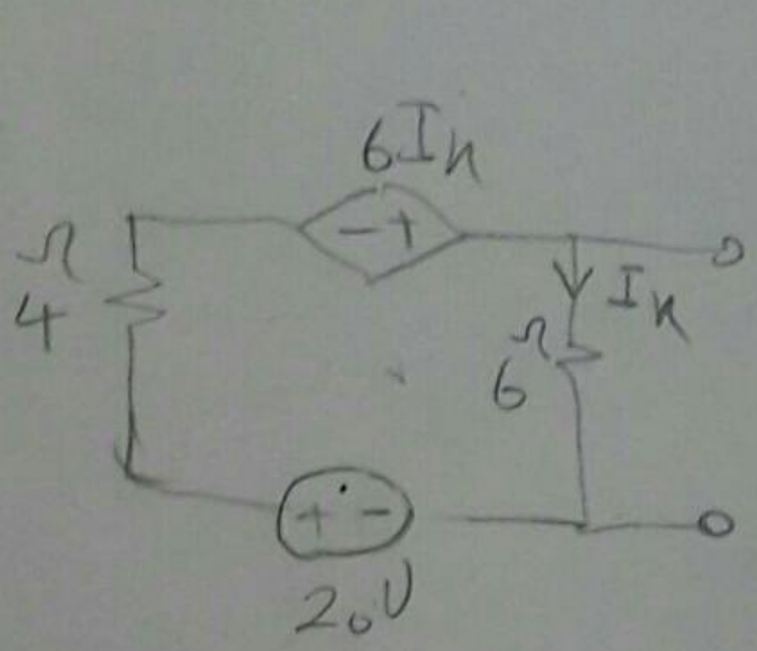
$$I_N = \frac{V_{th}}{R_{th}} \quad ; \quad V_{th} = I_N \cdot R_N$$

تأثیر منابع وابسته در تحلیل تونن نورتن

حالت اول: مدار شامل منابع مستقل و وابسته باشد. در این حالت روش تونن به همان شیوه ای که اشاره شد بدست می آید.

ولی برای تعیین مقاومت تونن ابتدا باید جریان نورتن را محاسبه نمود و سپس از رابطه $R_{th} = \frac{V_{th}}{I_N}$ مقاومت تونن را تعیین کرد

مثال: مقاومت معادل نورتن مدار شکل مقابل چند اهم است؟



۲-۴۲

حل: برای تعیین V_{th} برای حلقه KVL را تشکیل می دهیم

$$-20 + 4I_n - 6I_n + 6I_n = 0 \rightarrow I_n = 5\ A$$

$$V_{th} = 6\ I_n = 6 \times 5 = 30^{V}$$

Scanned by TapScanner

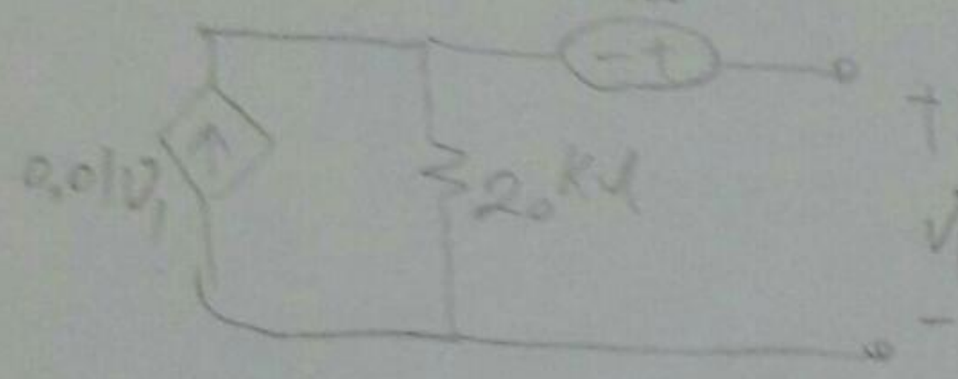
برای یافتن I_N دو قطعه را اتصال کوتاه می‌کنیم در نتیجه مقاومت ۶ اهمی اتصال کوتاه و منبع ولتاژ ۳۰ ولتی در شاخه‌ی قرار می‌گیرد

$$4I_N = 20 \rightarrow I_N = 5^A$$

در نتیجه با اتصال KVL

$$R_N = \frac{V_{th}}{I_N} = \frac{30}{5} = 6^\Omega$$

مثال: مدار تونن شبکه‌ی زیر را بدست آورید.



۲-۲۴

حل: می‌توانید منبع جریان وابسته را تبدیل منبع کنید، اگر شما مدار بسیار ساده می‌شود. (لازم نیست)

$$V_{th} = -502.5^{mV} \quad , \quad R_{th} = \frac{V_{th}}{I_N} = -100.5^\Omega$$

حالت دوم: مدار فقط دارای منبع وابسته است. در این حالت $V_{th} = 0$ و در نتیجه $I_N = 0$ می‌باشد.

برای تعیین مقاومت تونن، از در مدار یک منبع A 1 به آن وصل می‌کنیم و دوباره V_{test} را حساب کرده و می‌گیریم

و سپس $R_{th} = \frac{V_t}{1}$ را بدست می‌آوریم. و یا منبع ولتاژ V_t اعمال کرده و جریان I_t را بدست می‌آوریم

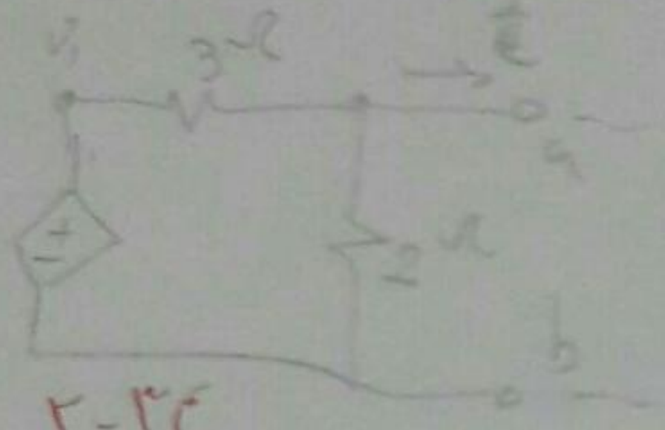
و در نتیجه $R_{th} = \frac{1}{I_t}$ را بدست می‌آوریم.

تذکر ۱: اعمال منبع ولتاژ یا منبع جریان اختیاری بوده لکن بسته به شرایط مدار یکی از این دو حالت ساده‌تری را در پی داشته باشد.

تذکر ۲: این روش را معمولاً به همراه منابع وابسته و با صفر کردن منابع مستقل، اعمال نموده.

Scanned by TapScanner

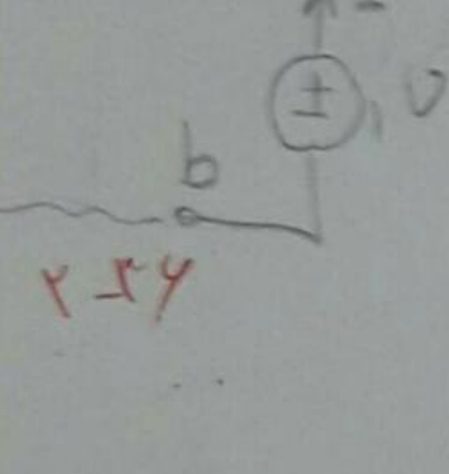
مثال: مقاومت تونن مدار شکل زیر را بدست آورید.



۲-۳۴

حل: مقاومت تونن را از دو طریق محاسبه می‌کنیم

روش اول: ابتدا یک منبع ولتاژ مستقل به دو سر a و b وصل می‌کنیم و جریان گذرنده از دو سر آن را حساب می‌کنیم. (با توجه به KCL)



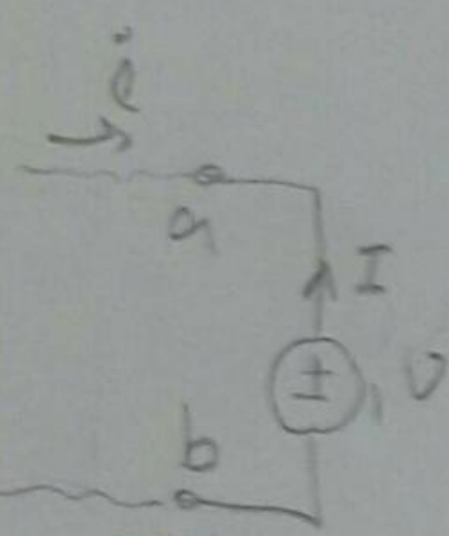
۲-۳۵

$$V_1 = 1.5i \quad \Rightarrow i = -1$$

$$\frac{V-V_1}{3} + \frac{V}{2} - 1 = 0 \quad \Rightarrow V = 0.6^V$$

$$R_{th} = \frac{V}{1} = \frac{0.6}{1} = 0.6^\Omega$$

روش دوم: ابتدا دو سر a و b را به منبع ولتاژ یک ولت وصل می‌کنیم و جریان گذرنده از دو سر آن را حساب می‌کنیم. (با توجه به KVL)



۲-۳۶

معادله مش: $-1.5i + 3I_1 + 2(I_1 - i) = 0$

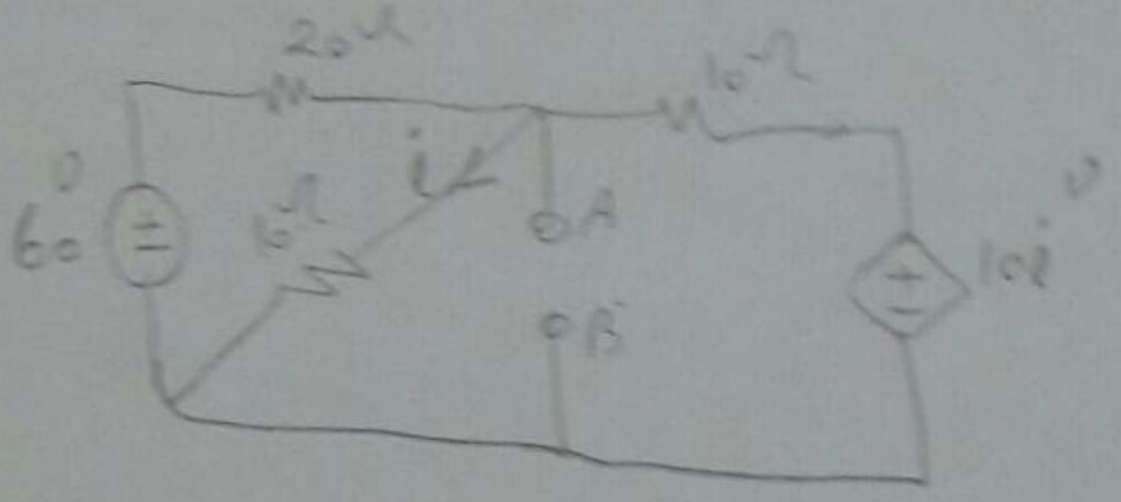
معادله راس: $2(i - I_1) + 1 = 0 \quad \Rightarrow i = \frac{-5}{3}\,A$

چون جریان در منبع یک ولتی از قطب مثبت خارج می‌شود بنابراین

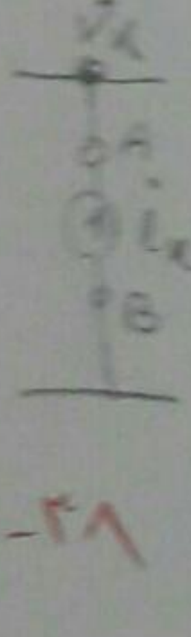
$$I = -i = \frac{5}{3}\,A$$

$$R_{th} = \frac{1}{I} = \frac{1}{5/3} = 0.6\,\Omega$$

Scanned by TapScanner

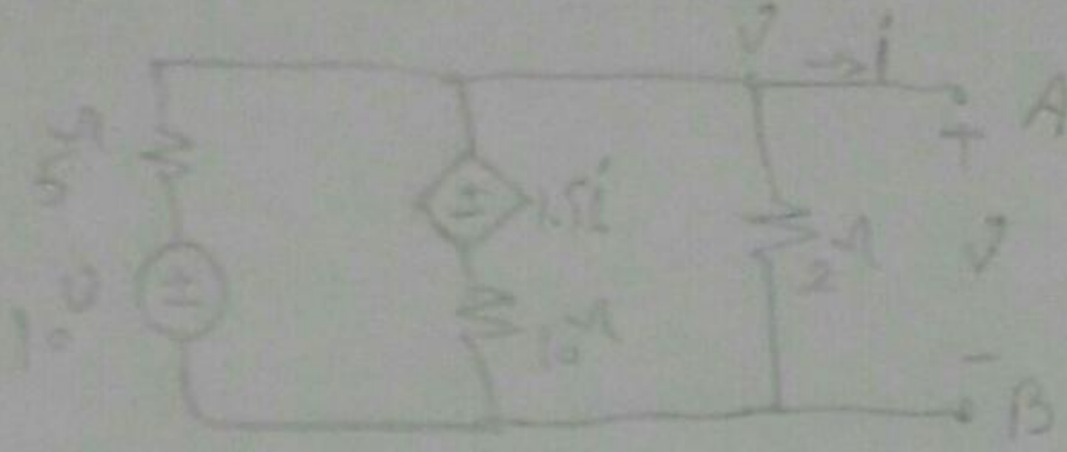


۲-۲۷



۲-۲۸

مثال: با استفاده از روش ولتاژ گره مدار معادل تونن بین دو نقطه A و B را بدست آورید.



۲-۲۹

حل: در مدار بالا ابتدا رابطه بین i و v را بدست آورده و سپس به معادله می‌رسیم

$$\frac{v}{2} + \frac{v-1.5i}{10} + \frac{v-10}{5} + i = 0$$

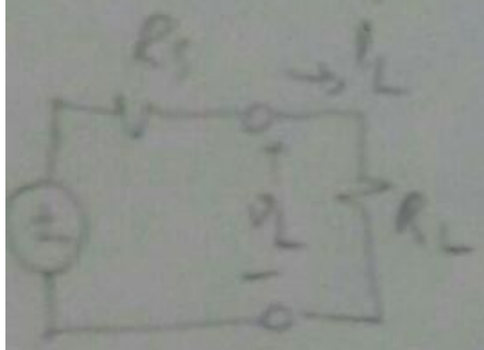
$$\Rightarrow 8v + 8.5i - 20 = 0 \Rightarrow v = \frac{20}{8} - \frac{8.5}{8} i$$

$$\Rightarrow v = 2.5 - 1.06i \Rightarrow V_{th} = 2.5\,V \text{ و } R_{th} = 1.06\,\Omega$$

۲-۶ حداکثر توان انتقالی

برای منابع واقعی ولتاژ یا جریانی که دارای مقاومت داخلی می‌باشند انتقال توان به مقاومت بار همواره کمی کاهش می‌یابد. حداکثر توان در مدارات الکترونیک حائز اهمیت بسیار است.

برای منبع ولتاژ واقعی (شکل مقابل) توان انتقالی به بار R_L برابر است با:



۲-۴۰

$$P_L = R_L \cdot i_L^2 = R_L \cdot \left(\frac{V_S}{R_S + R_L}\right)^2$$

برای به دست آوردن مقدار R_L که به ازای آن P_L بیشترین مقدار خود را دارد، مشتق P_L نسبت به R_L را گرفته و مساوی صفر قرار می‌دهیم. با حل معادلات ریاضی مربوطه نتیجه می‌شود:

$$\frac{dP_L}{dR_L} = 0 \longrightarrow R_S = R_L$$

بنابراین می‌توان چنین بیان کرد که: یک منبع ولتاژ متصل سری با مقاومت R_S یا یک منبع جریان متصل موازی با مقاومت

R_S حداکثر توان را به بار R_L می‌دهد که در آن $R_L = R_S$ باشد.

تذکر: مقاومت R_S می‌تواند همان مقاومت معادل تونن شبکه نیز باشد.

در این حالت حداکثر توان برابر است با:

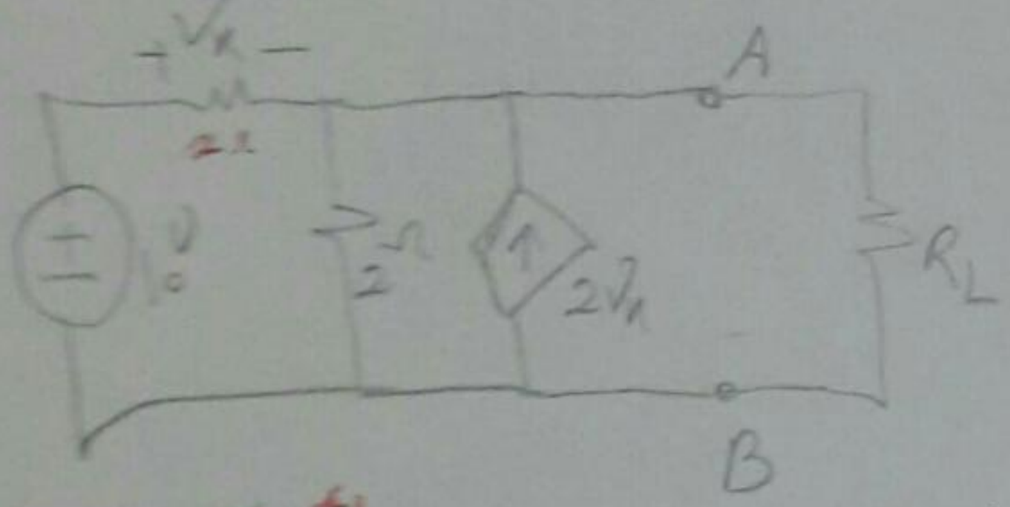
$$P_{max} = \frac{V_S^2}{4R_L}$$

همچنین مقادیر جریان و ولتاژ بار برابر است با:

$$V_L = \frac{V_S}{2} \quad , \quad I_L = \frac{V_S}{2R_S}$$

مثال:

در مدار شکل مقابل مقدار R_L که حداکثر توان به آن منتقل می‌گردد حقیقت است؟



۲-۴۱

حل: ابتدا مدار معادل تونن دوسر AB را به دست می‌آوریم.

از روش ولتاژ آمپری استفاده می‌کنیم یعنی R_L را جدا فرض کرده و به دوسر AB منبع جریان i امپر متصل می‌کنیم و ولتاژ دوسر آن یعنی V را بر حسب i به دست می‌آوریم.

$$\begin{cases} KCL: \frac{V-10}{2} + \frac{V}{2} - 2V_x - i = 0 \\ V_x = 10 - V \end{cases}$$

$$\Rightarrow 2V - 4(10 - V) - 2i = 10$$

$$\Rightarrow 6V - 2i = 50 \Rightarrow 6V = 50 + 2i \Rightarrow V = \frac{50}{6} + \frac{1}{3}i .$$

مقایسه با رابطه $V = V_{th} + R_{th} i$ نتیجه می‌شود $R_{th} = \frac{1}{3}\ \Omega$

برای انتقال حداکثر توان داریم:

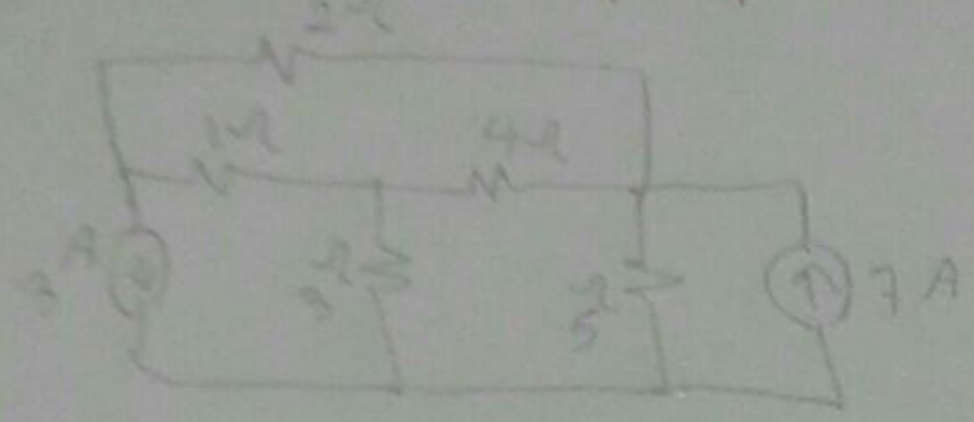
$$R_L = R_{th} = \frac{1}{3}\ \Omega$$

Scanned by TapScanner

۲-۷ تمرین

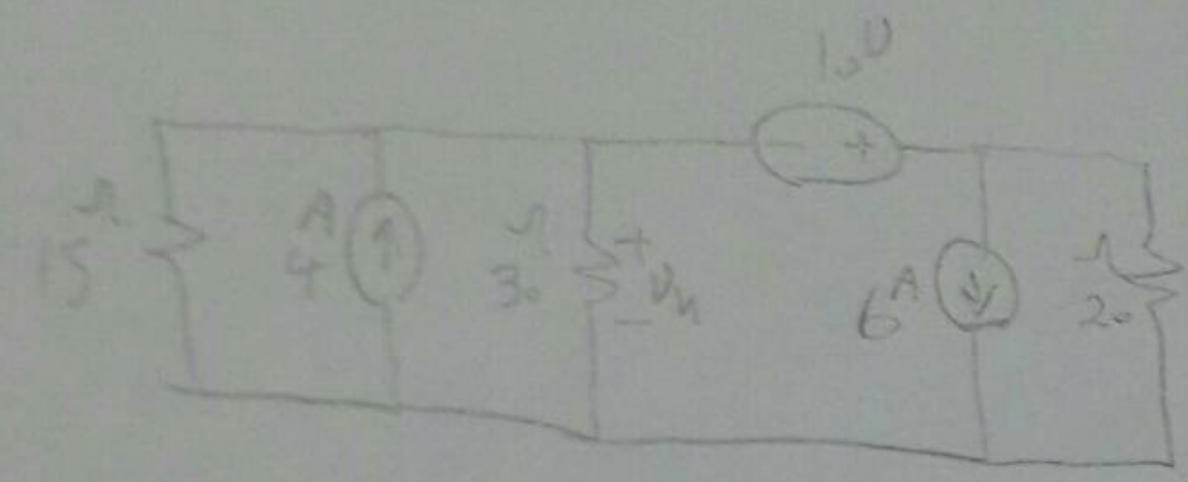
۱- در مدار شکل مقابل، توان تولید شده توسط هر منبع جریان را به دست آورید و نشان دهید که توان گسسته می‌شود.

۲-۴۱



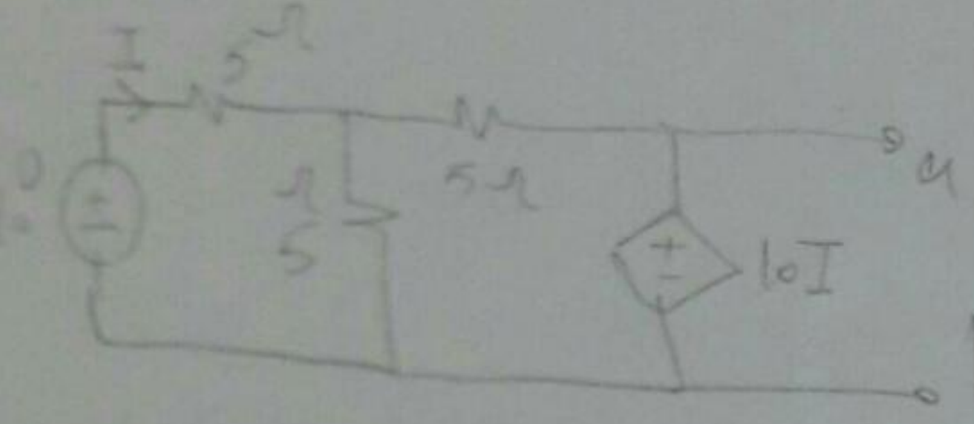
۲- توان تحویل شده توسط هر منبع را به دست آورید.

۲-۴۲



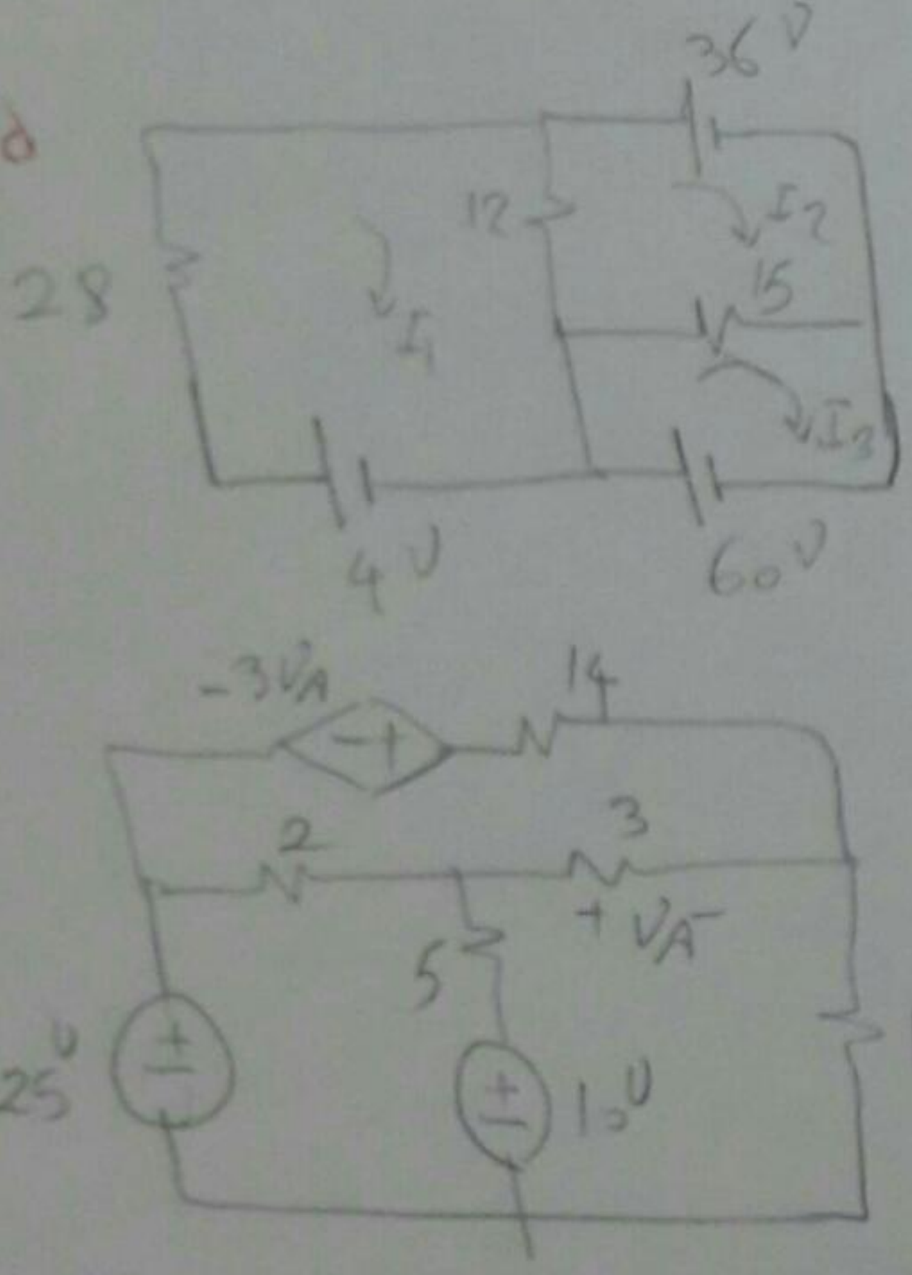
۳- در مدار مقابل V_{ab} را حساب کنید.

۲-۴۳



۴- جریان مقاومت ۱۲Ω را به دست آورید.

۲-۴۴



۵- در مدار شکل مقابل V_A را به دست آورید.

۲-۴۵

۶- جریان i_1 را به دست آورید.

۲-۴۶

Scanned by TapScanner